

Ein schneller Algorithmus für Entwurf und Berechnung von Laufrädern mit Radialfaserschaukeln

Norbert Müller

Einleitung

Radialfaserschaukeln werden eingesetzt, um hohe Arbeitsübertragungen zu erzielen oder weil bestimmte technologische oder konstruktive Zwangsbedingungen dies erfordern. Eine solche Beschauflung erzeugt eine Drallverteilung, die mehr einer Festkörperdrallverteilung entspricht als einer Wirbelflußdrallverteilung. So scheiden für den Entwurf und die Berechnung dieser Beschauflung viele Methoden aus, die auf Wirbelflußdrallverteilung basieren.

Im folgenden wird ein schneller, einfacher und universeller Algorithmus für den Vorentwurf und die Nachrechnung von Systemen mit Radialfaserschaukeln vorgestellt. Diese Systeme können aus Axial-, Diagonal- und Radiallaufrädern sowie Leiträdern bestehen.

Die Strömungsberechnung basiert im wesentlichen auf der iterativen Erfüllung der Kontinuität unter Einhaltung des einfachen Kräftegleichgewichts auf allen Rechenquerschnitten und einer anschließenden Berechnung der Relativgeschwindigkeiten auf den Schaukeloberflächen, so daß das Berechnungsergebnis bezüglich der Relativgeschwindigkeiten ein quasi-3D Ergebnis darstellt. Verluste werden mittels vorgegebenem Wirkungsgrad berücksichtigt.

Der im Programm VOHA realisierte Berechnungsalgorithmus kann bezüglich der strömungstechnischen Güte als gleichwertig angesehen werden zu dem Algorithmus, der im Vorentwurf des an der TU Dresden entwickelten Programms TULA Verwendung findet, auch wenn sich die Vorgehensweise zum Teil stark unterscheidet. Mit letzterem konnten nach Röppischer und Neumerkel (1995) im industriellen Einsatz sehr treffsichere Auslegungen erzielt werden.

Der Algorithmus ist für ein Diagonalverdichtersystem mit separat angetriebenen Vorläufer und Hauptläufer ohne Zwischenleiteinrichtung realisiert. Der Vorläufer hat gekrümmte Schaukeln und ist mehr ein Axialrad, während der Hauptläufer als ein Diagonalrad mit völlig ebenen Schaukeln ausgebildet ist (Bild 1).

Die ursprüngliche Anwendung dieses Systems ist die Kompression von Wasserdampf unter Vakuumbedingungen in einer modernen umweltfreundlichen Kälteanlage mit Wasser als Kältemittel. Wasser ist ein natürliches Kältemittel - absolut unschädlich für Mensch und Natur. Aber es weist einige Besonderheiten auf, die eine Anwendung

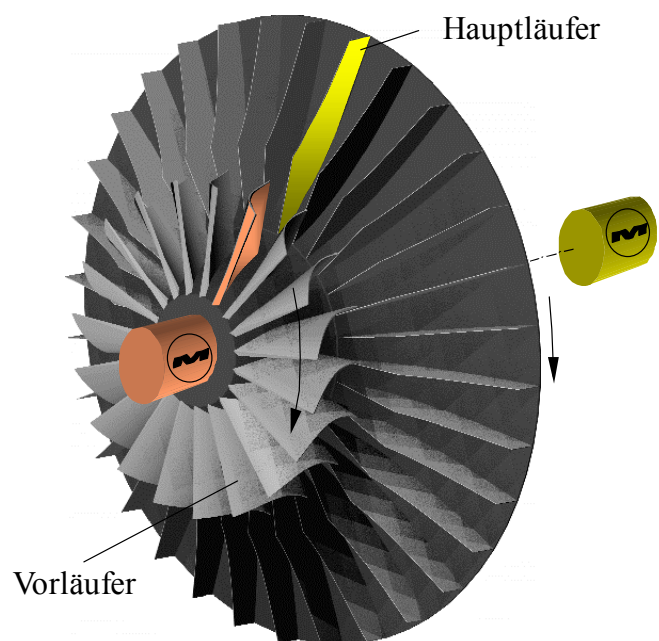


Bild 1: Vorläufer und Hauptläufer

in Turbo-Kälteanlagen erschweren (Albring und Müller 1995). Wegen des Betriebs im Grobvakuum und der daraus resultierenden geringen volumetrischen Kälteleistung müssen extrem große Volumenströme mit hohen Druckverhältnissen verdichtet werden. Grenzleistungs-Turboverdichter diagonalen Bauart sind dafür besonders geeignet (Albring et al. 1998). Hohe Druckverhältnisse werden hauptsächlich durch die Kombination von hoher Drehzahl mit großem Laufraddurchmesser erzielt. Der Laufraddurchmesser ist durch den verfügbaren Einbauraum und die Größe der Bearbeitungs- und Prüfmaschinen begrenzt, während die Umfangsgeschwindigkeit bei Wasserdampf oft mehr durch die Radfestigkeit als durch die Schallgeschwindigkeit begrenzt ist. Die Belastung der Räder durch die Gaskräfte ist beim Betrieb im Vakuum sehr gering. Deshalb können Leichtbaukonstruktionen mit extrem dünnen Schaufeln verwendet werden, die im wesentlichen nur ihre eigenen Massefliehkräfte ertragen müssen. Diese dünnen Schaufeln werden aus Titanblech oder hochfesten Verbundwerkstoffplatten hergestellt. Die gebauten Laufräder - hier der Hauptläufer - unterscheiden sich wesentlich von denen herkömmlicher Hochleistungsverdichter mit räumlich gekrümmten Schaufeln (Albring et al. 1993). Da diese Schaufeln meist mit einem Schaufelwinkel von konstant 90° eingesetzt werden, benötigen diese Räder eine Vorleiteinrichtung, um Fehlanströmungen möglichst gering zu halten. Das feststehende Vorleitrad ist die einfachste Lösung, jedoch mit dem Nachteil einer verminderten Arbeitsübertragung im Laufrad. In einem auf gleicher Welle mitlaufenden Inducer findet die notwendige Drallerzeugung bei gleichzeitiger Arbeitsübertragung statt. Letztere ist noch größer in einem Vorläufer, der getrennt vom Hauptläufer mit einer durch seine Festigkeit oder eine Grenzmachzahl bestimmten maximalen, d.h. höheren Drehzahl läuft (Müller 1999). Für ein solches System werden Entwurfsregeln für eine maximale Arbeitsübertragung gegeben, und ein Entwurfsbeispiel zeigt die prinzipielle strömungstechnische Realisierbarkeit im Grenzleistungsfall. Auf Probleme der Strömungsstabilität wird hingewiesen.

Radialfaserbeschauflung

Die Vorläuferschaufeln sind gekrümmt, um möglichst gute Anströmverhältnisse am Vor- und Hauptläufer zu erhalten. Da Radialfaser-schaufeln verwendet werden, ist die Schaufelskelettfläche am Vorläufer mit der Wahl einer Skelettlinie auf einem Bezugsradius r_B festgelegt. Hier wird als Skelettlinie auf r_B ein Kreisbogen verwendet (Bild 2). Kreisbogenprofile sind günstig für transonische Geschwindigkeiten (Traupel 1988) und niedrige Reynoldszahlen (Schmitz 1960). Die Kreisbogenskelettlinie auf r_B ist bestimmt mit der

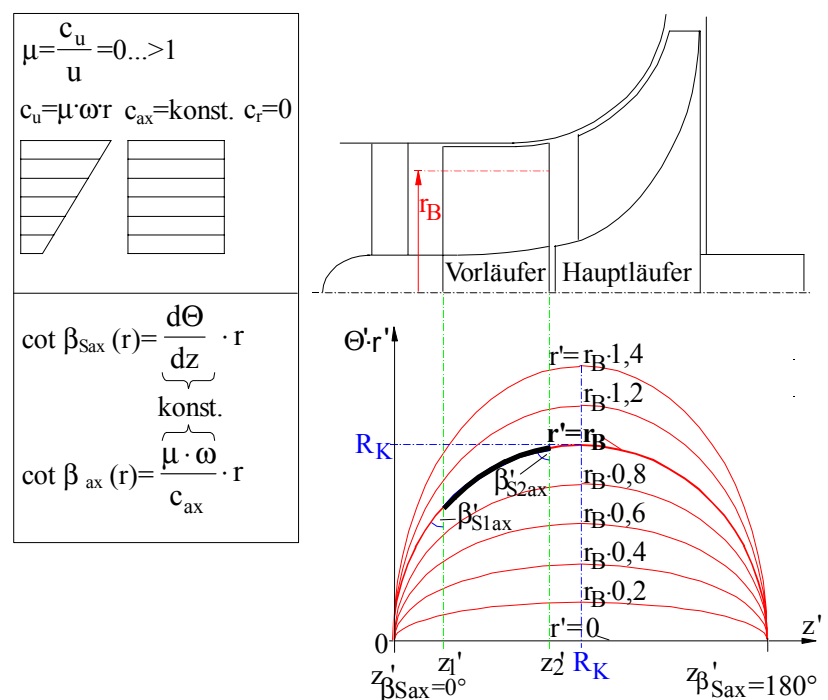


Bild 2: Festkörperdrallverteilung und Radialfaser-schaufeln

Vorgabe des axialen Schaufelwinkels am Vorläufereintritt $\beta_{Sax1}'(r_B)$ und -austritt $\beta_{Sax2}'(r_B)$, sowie der Vorläuferlänge $L_{ax}=z_2-z_1$.

$$\beta_{Sax}'(z', r_B) = \arccos\left(\frac{(z_2' - z') \cdot \cos \beta_{Sax1}'(r_B) + (z' - z_1') \cdot \cos \beta_{Sax2}'(r_B)}{z_2' - z_1'}\right) \quad (1)$$

$$\Theta'(z') = \frac{z_2' - z_1'}{r_B} \cdot \cot\left(\frac{\beta_{Sax}'(z', r_B) + \beta_{Sax2}'(r_B)}{2}\right) \quad (2)$$

Bei Radialfaserschaukeln ist mit $\beta_{Sax}'(z', r_B)$ der axiale Schaufelwinkel $\beta_{Sax}'(z', r')$ an jedem beliebigen Ort (z', r') bestimmt, auch wenn die Skelettlinie auf r_B kein Kreisbogen ist.

$$\beta_{Sax}'(z', r') = \arccot\left(\frac{r'}{r_R} \cdot \cot \beta_{Bax}'(z', r_R)\right) \quad (3)$$

Ist die Schaufelskelettlinie auf r_B ein Kreisbogen mit dem Radius R_K , dann sind die Skelettlinien auf allen anderen Radien r' Ellipsenstücke. Die Halbachse in axialer (z-)Richtung ist dabei für jedes r' gleich R_K und die Halbachse in Umfangs-(Θ -)Richtung ist für $r' < r_B$ stets kleiner als R_K und für $r' > r_B$ stets größer als R_K (Bild 2). Entsprechend der Auslegung mit $\beta_{Sax1}'(r_B) > 0^\circ$ und $\beta_{Sax2}'(r_B) < 180^\circ$ findet immer nur ein Teil der Halbellipse mit $z_1' > z'_{\beta_{Sax}=0^\circ}$ und $z_2' < z'_{\beta_{Sax}=180^\circ}$ Verwendung für die Beschauflung.

Auch der Strömungswinkel $\beta(r)$ folgt Gleichung 3, wenn eine Axialströmung mit Festkörperdrallverteilung und $c_m(r)=\text{konst.}$ angenommen wird (Bild 2 links). Ist also $\beta(r_B)=\beta_S(r_B)$, dann ist auch auf jedem anderen Radius $\beta(r)=\beta_S(r)$. Angewandt auf den Vorläufer heißt das: Stimmen Strömungs- und Schaufelwinkel einmal überein, dann ändert sich das auch nicht, wenn r_B verändert wird. Aber ein anderes r_B bewirkt andere Anstiege $\partial\beta_S/\partial r'$ und $\partial\beta_S/\partial z'$, so daß r_B die Verteilung der Schaufelbelastung beeinflusst (Bild 3).

Die Vorläufer-schaufeldicken werden mit der Dicke am Außenschnitt δ_{Sa}' und dem Anstieg der Dicke nach innen $d\delta_S'/dr$ bestimmt. Die Hauptläufer-schaufeldicke δ_S ist konstant.

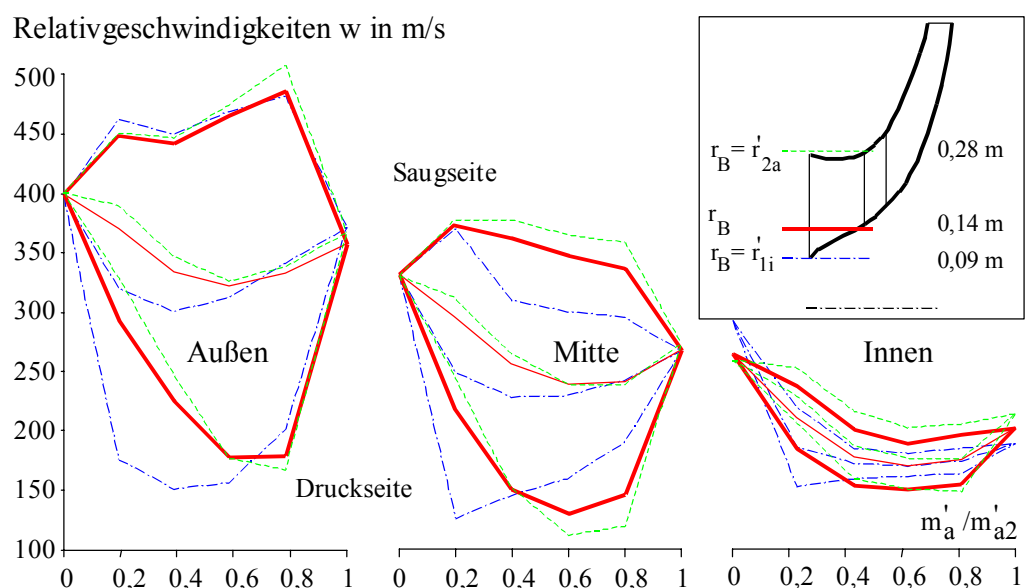


Bild 3: Bezugsradius und Schaufellastverteilung

Algorithmus

Der Algorithmus ist sehr schnell, äußerst robust und kann - solange Radialfaserschaukeln verwendet werden - leicht an andere als die hier dokumentierte Systemkonfiguration angepaßt werden. Er ist für den Unterschallbereich bestimmt, arbeitet aber auch stabil, wenn Geschwindigkeiten um oder oberhalb der Schallgrenze auftreten. Überschalleffekte werden nicht berücksichtigt. Verluste infolge von Reibung, Rand- und Spalteinflüssen, Fehlanströmung, Ablösegebieten oder Verdichtungsstößen müssen durch die Wahl der verwendeten Laufradwirkungsgrade berücksichtigt werden.

In diesem quasi-3D-Algorithmus schließt an eine rotationssymmetrische Meridianströmungsberechnung (through-flow) eine Gitterberechnung (blade to blade) an. Der Algorithmus (Bild 4) basiert hauptsächlich auf der Erfüllung des einfachen Kräftegleichgewichts und der Kontinuität (Bild 5). Den Kern der Berechnung bilden Gleichungen 4 und 5. Im beschriebenen Beispiel ist der Formgenerator für die Vorläuferschaukeln mit der Meridianströmungsberechnung gekoppelt, damit die gewünschten Anströmbedingungen bereits bei der ersten Schaukelgenerierung verwirklicht werden.

Einfaches Kräftegleichgewicht: Im einfachen Kräftegleichgewicht werden folgende Kräfte berücksichtigt: die Zentrifugalkraft infolge der Umfangskomponente der Strömung c_u , die Fliehkraft infolge der Meridiangeschwindigkeit c_m und der Krümmung der Meridianstromlinie K , die Druckkraft infolge des Druckgradienten $\partial p/\partial n$ und die Schaukelkraft. Das Gleichgewicht wird in n -Richtung gemäß Bild 5 aufgestellt.

Im Bereich gekrümmter Radialfaserschaukeln – hier am Vorläufer - ist die n -Richtung in radialer Richtung. In schaufelfreien Bereichen und in schaufelbereichen mit einem konstanten Schaukelwinkel von 90° kann die n -Richtung beliebig gewählt werden. Auf diese Weise ist die Schaukelkraftkomponente in Durchflußrichtung immer Null, da die Schaukelkraft senkrecht zur Schaukeloberfläche gerichtet ist, d.h. bei der Verwendung von

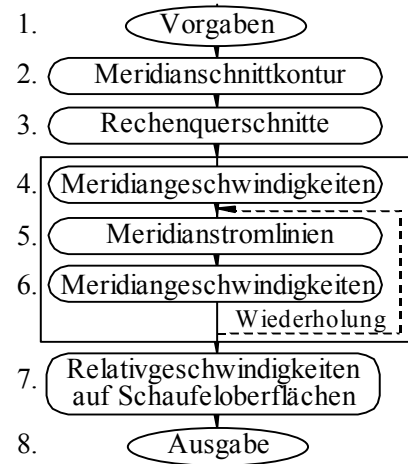


Bild 4: Programmablaufplan

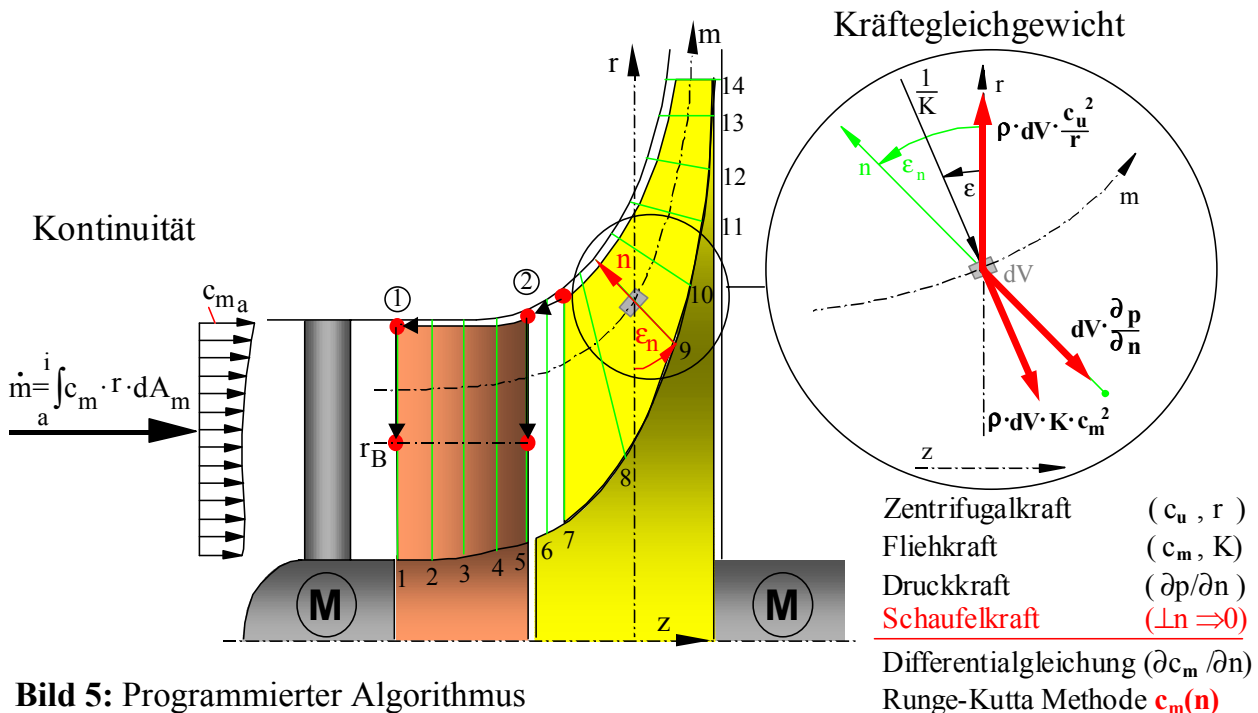


Bild 5: Programmierter Algorithmus

Radialfaserschaufeln in Umfangsrichtung.

Nach Substitution von $\partial p(n)/\partial n / \rho(n)$ mit $\partial h_R(n)/\partial n - \partial c(n)^2/\partial n / 2$ und Berücksichtigung von $c(n)^2 = c_u(n)^2 + c_m(n)^2$ wird aus dem Gleichgewicht nach Bild 5 die Gleichung 4 erhalten.

$$\frac{\partial c_m(n)}{\partial n} = c_m(n) \cdot K(n) \cdot \cos(\varepsilon_n - \varepsilon(n)) + \frac{\frac{\partial h_R(n)}{\partial(n)} - c_u(n) \cdot \frac{\partial c_u(n)}{\partial(n)} - \frac{c_u(n)^2}{r(n)} \cdot \cos(\varepsilon_n)}{c_m(n)} \quad (4)$$

Gleichung 4 wird zur Bestimmung von $c_m(n)$ verwendet, wenn $c_u(n)$ und die Ruheenthalpie $h_R(n)$ bekannt sind. Das ist der Fall in schaufelfreien Räumen, am Laufradeintritt und hier im Beispiel im Bereich des Hauptläuferaustritts, wo die Umfangskomponente über den Minderleistungsfaktor μ_2 bestimmt wird. Für bekannte Strömungswinkel $\beta(n)$ wird $c_u(n)$ durch $\omega r(n) \cdot \cot \beta(n) \cdot c_m(n)$ ersetzt, worin ω die Kreisfrequenz ist. So wird unter Berücksichtigung von $\cos(\varepsilon_n) = \partial r(n)/\partial n$ Gleichung 5 erhalten. Gleichung 5 wird in allen übrigen Laufradbereichen angewandt.

$$\frac{\partial c_m(n)}{\partial n} = \frac{\left(c_m(n) \cdot \left(K(n) \cdot \cos(\varepsilon_n - \varepsilon(n)) - \frac{\cot^2 \beta(n) \cdot \cos(\varepsilon_n)}{r(n)} - \cot \beta(n) \cdot \frac{\partial \cot \beta(n)}{\partial n} \right) + \frac{\frac{\partial h_{R1}(n)}{\partial(n)} - \omega \cdot \left(\frac{\partial(r_1 c_{u1}(n))}{\partial n} \right)}{c_m(n)} + 2\omega \cdot \cot \beta(n) \cdot \cos(\varepsilon_n) \right)}{1 + \cot^2 \beta(n)} \quad (5)$$

Minderleistungsfaktor am Hauptläufer: Der Stanitzradius r_S , ab dem der Strömungswinkel vom Schaufelwinkel abweicht, wird für Diagonal- und Radialverdichterlaufräder in Abhängigkeit von der Schaufelzahl N und dem Austrittsradius r_2 mit Gleichung 6 nach Stanitz und Prian (1951) berechnet.

$$r_S = r_2 \cdot \exp\left(-0,71 \cdot \frac{2\pi}{N}\right) \quad (6)$$

Da der Schaufelwinkel am Hauptläufer konstant 90° beträgt, wird hier der Minderleistungsfaktor definiert mit $\mu = c_u/u$. Aufbauend auf Ergebnisse von Busemann (1928) und Traupel (1988) wird Gleichung 7 zur Abschätzung von μ_2 für $\beta_{S2} = 90^\circ$ verwendet.

$$\begin{aligned} \mu_{2,N=16} &= 0,85 && \text{für } \frac{D_1}{D_2} \leq 0,65 \\ &= 5,778 \cdot \frac{D_1}{D_2} - 4,444 \cdot \frac{D_1}{D_2} - 1,028 && \text{für } \frac{D_1}{D_2} > 0,65 \\ \mu_2 &= 1 - \left(1 - \mu_{2,N=16}\right) \cdot \frac{16}{N} \end{aligned} \quad (7)$$

Ein quadratischer Ansatz für $\mu(r)$ und $\beta_S = \text{konst.} = 90^\circ$ im Bereich $r_S < r < r_2$ ergibt Gleichung 8.

$$\mu(r) = \mu_2 \cdot \frac{(r - r_s)^2 + 2r_s \cdot (r - r_s) + r_2^2 - r^2}{(r_s - r_2)^2} \quad \text{für } r_s < r < r_2 \quad (8)$$

In Müller (1999) wird gezeigt, daß für $\beta_s = \text{konst.} = 90^\circ$ Gleichung 8 gleichwertig ist zu den quadratischen Ansätzen für $\sin(\beta(r))$ (Stanitz und Prian 1951) oder $\cos(\beta(r))$ (Traupel 1988). In dem so gewählten Vorgehen resultiert $c_u(r)$ direkt aus der Umfangsgeschwindigkeit $u(r)$ und die Berechnung ist unabhängig von c_m , was den Algorithmus weiterhin vereinfacht.

Minderumlenkung Vorläufer:

Die notwendige Winkelübertreibung am Vorläuferaustritt $\Delta\beta_2'$ wird als Vorschlagswert aus einem digitalisierten Diagramm nach Weinig (1935) und Traupel (1988) Bild 6 berechnet. Nach Traupel führt dieses Vorgehen zu erstaunlich guten Ergebnissen, auch wenn kein exaktes Kreisbogenprofil verwendet wird.

Einfallwinkel am Vorläufer:

Nach Weinig (1935) ist ein Einfallswinkel gleicher Größe wie der Minderumlenkwinkel optimal. Daher

wird für den Einfallswinkel am Vorläufer vorgeschlagen: $\iota' = -\Delta\beta_2'$. Für Radialfaserschaukeln kann er nur auf einem Radius vorgegeben werden. Es wird der Außenschnitt gewählt, da hier die größte Arbeitsübertragung im Vorläufer auftritt.

Einfallwinkel am Hauptläufer: Entsprechend Lieblein (1965) ist der optimale Einfallswinkel ι für $\beta_1 = 90^\circ$ positiv, nahe Null. Auch bei Berücksichtigung der Kompressibilität nach Wennerstrom (1965) beträgt der Wert nur etwa $2...3^\circ$ für $\beta_2 - \beta_1 \approx 0$ und eine Machzahl von $M_{w1} \approx 0,7$. So wird als Vorschlagswert am Außenschnitt $\iota_a = 0$ verwendet.

Der Programmablauf des realisierten Programms VOHA ist in Bild 4 dargestellt.

1.) **Eingabe:** Die Zahl der notwendigen Eingaben wurde für den Entwurfsalgorithmus so gering wie möglich gehalten, um für den Bearbeiter den Vorentwurf von aufeinander abgestimmte Vorläufer und Hauptläufer zu erleichtern.

2.) **Meridianschnittkontour:** Die Meridianschnittkontur wird am Innen- und Außenschnitt jeweils durch eine interpolierende Bezierkurve beschrieben. Diese werden bestimmt durch die Eingaben der Koordinaten (z, D) , jeweils am Ein- und Austritt der Räder. Die Bezierkurven bestimmen neben den Konturkoordinaten (z, r) auch die Anstiege $\epsilon(m)$ und Krümmung $K(m)$ am Innen- und Außenschnitt.

3.) **Rechennetz:** Ein- und Austrittskanten sowie der Stanitzradius teilen die Bezierkurven in Segmente. Am Vorläufer und im axialen Radspalt werden die Segmente weiter in Stücke gleichen axialen Abstands geteilt, am Hauptläufer erfolgt dies mit gleichem Parameterabstand. Unterteilungspunkte gleicher Nummer am Innen- und Außenschnitt werden dann durch die Rechenggeraden in n -Richtung verbunden. Die Netzlinien in m -Richtung – die Meridianstromlinien – verbinden Unterteilungspunkte gleicher Nummer auf den n -Geraden. Im ersten Rechendurchgang erfolgt ihre Unterteilung mit konstantem Δn .

4.) **Meridiangeschwindigkeiten:** Mit einem Runge-Kutta Verfahren werden Gleichungen 4 und 5 gelöst und die Verteilung $c_m(n)$ für jede n -Gerade bestimmt, was das Feld $c_m(m, n)$ füllt. Bei dieser Randwertaufgabe werden die Randwerte c_{ma} iterativ

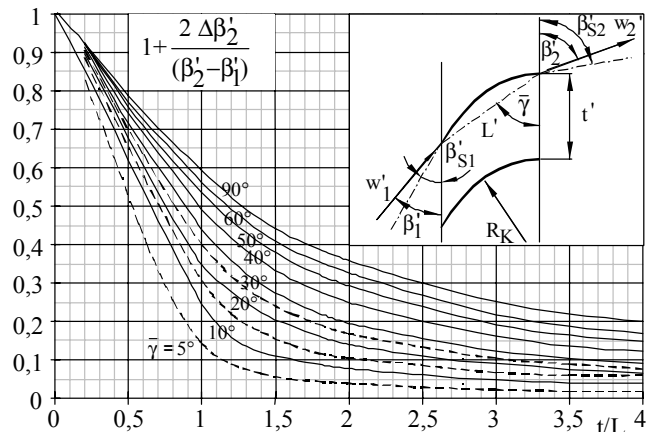


Bild 6: Minderumlenkwinkel nach Weinig

angepaßt bis das Integral $\int_a^i c_m(n) \cdot \rho(n) \cdot dA_m$ den gewünschten Massenstrom ergibt.

Beim ersten Durchlauf werden die örtlichen Werte $K(n)$ und $\varepsilon(n)$ durch lineare Interpolation in n -Richtung erhalten. In weiteren Durchläufen resultieren $K(n)$ und $\varepsilon(n)$ aus 5.).

Zur Bestimmung der Vorläuferschaufelform wird $c_m(n)$ vorab am Vorläuferein- und -austritt berechnet. β_{2a} resultiert dabei aus c_{m2a} und c_{u2a} , wobei c_{u2a} aus $\iota_a = 0$ folgt und der Annahme von Drallkonstanz im axialen Radspalt $c_{u2a} = c_{u1} \cdot r_{1a} / r_{2a}$. Der Schaufelwinkel β_{S2a} folgt aus $\Delta\beta_{2a}$ und mit ε_{2a} ist β_{S2ax} bestimmt, sowie mit Gleichung 3 $\beta_{S2ax}(r_B)$. Analog folgt $\beta_{S1ax}(r_B)$ aus β_{1a} , ε_{1a} und ι_a , so daß die komplette Vorläuferschaufelform generiert ist, beschrieben mit den Gleichungen 1 bis 3. Mit festem $\beta_{S1ax}(r_B)$ und $\beta_{S2ax}(r_B)$ erfolgt dann die Berechnung auf allen n -Geraden vom Eintritt bis zum Austritt des Systems.

5.) **Stromlinien:** Mit dem in 4.) bestimmten Feld $c_m(m,n)$ werden die Stromlinienabstände für gleich große Teilmassenströme korrigiert. B-Spline vierten Grades interpolieren die neuen Punkte und bilden die Stromlinien entsprechend derer die Felder $K(m,n)$ und $\varepsilon(m,n)$ aktualisiert werden.

6.) **Meridiangeschwindigkeiten:** Mit dem neuen Rechenetz und den aktualisierten Feldern $K(m,n)$ und $\varepsilon(m,n)$ wird 4.) wiederholt, um eine bessere Datenkonsistenz zu erhalten. Die Ergebnisse konvertieren weiter durch optionales Wiederholen von 5.) und 6.). Dies ist aber für den Vorentwurf unnötig, da sich die Werte meist nur noch unbedeutend ändern.

7.) **Relativgeschwindigkeiten auf den Schaufeloberflächen:** Ihre Berechnung geht auf die Idee von Stanitz und Prain (1951) zurück, Gleichung 9.

$$w_{\text{Saugseite, Druckseite}} = \frac{\pi}{N} \cdot \sin \beta_s \cdot \frac{d(r \cdot c_u)}{dm} \pm 2\pi \cdot n \cdot \delta_s \cdot \sin \varepsilon \quad (9)$$

8.) **Ausgabe:** Nach Änderung einer Vorgabe wird das gesamte Programm durchlaufen und ein kompletter Vorentwurf mit grafischer und numerischer Ausgabe erhalten.

Für die Nachrechnung von off design Punkten - Arbeitspunkten abweichend vom Auslegungspunkt - werden $\beta_{S1ax}(r_B)$ und $\beta_{S2ax}(r_B)$ fixiert. So wird die Schaufelgenerierung in 4.) ausgeschaltet und die Berechnung erfolgt mit gleicher Schaufelform aber für veränderte Vorgaben von z.B. Drehzahl oder Volumenstrom.

Entwurfsbeispiel

Bild 7 zeigt einen akzeptablen Vorentwurf eines Systems Vorläufer-Hauptläufer. Das angestrebte hohe Druckverhältnis führt zu kompakten Systemen mit hoher Stromdichte und Geschwindigkeiten nahe der Schallgrenze.

Das Arbeitsfluid ist Wasser-

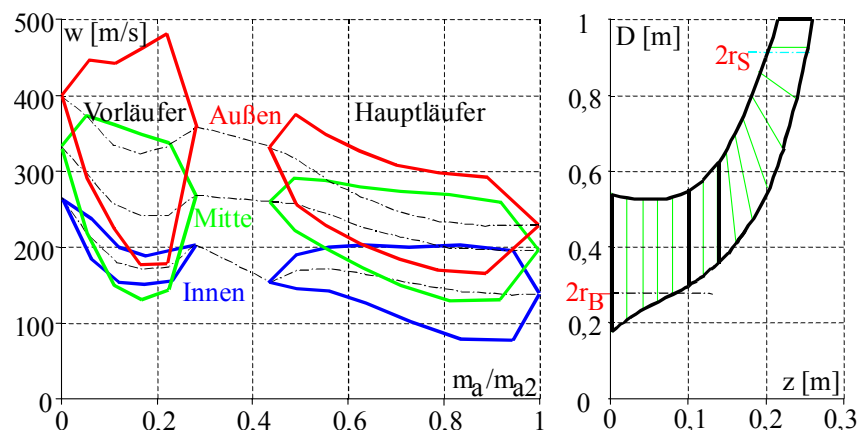


Bild 7: Entwurfsbeispiel

dampf unter Vakuumbedingungen. Der Außendurchmesser des Hauptläufers beträgt 1 m, die Umfangsgeschwindigkeit sollte 500 m/s nicht übersteigen und bei höchster Drehzahl sollte ein Ansaugruhevolumenstrom von 30 m³/s erreicht werden. Die Laufradwirkungsgrade wurden mit 70% angenommen. Weiterhin wurde ein möglichst großer Volumenstromarbeitsbereich ohne Instabilitäten angestrebt, und alle Verzögerungsverhältnisse der Relativgeschwindigkeiten sollten akzeptabel sein.

Bild 7 zeigt rechts die Meridianschnittkontur und links die Relativgeschwindigkeiten w auf den Schaufeloberflächen. Die Verzögerungsverhältnisse der Relativgeschwindigkeiten liegen alle innerhalb der üblichen Grenzen und sind zur Sicherheit nicht voll ausgeschöpft, da der Betrieb im Bereich niedriger Reynoldszahlen erfolgt.

Die Formen der w -Kurven entsprechen weitestgehend den von Dallenbach (1961) gegebenen Richtlinien. Typisch für ein solches System ist die hohe Schaufelbelastung am Vorläuferaußenschnitt und die relativ gute Gleichverteilung der Last im Hauptläufer.

Bild 3 zeigt, wie die Lastverteilung am Vorläufer mit r_B fein abgestimmt werden kann. Größere r_B verschieben die Last mehr zum Eintritt und kleinere r_B mehr zum Austritt hin. Für größere Änderungen muß die Meridianschnittkontur verändert werden.

Der Arbeitsbereich des Entwurfsbeispiels liegt bei 30...20 m³/s. Das zeigen die dicken durchgehenden Linien rechts in Bild 8, wo die maximalen und minimalen Volumenströme auf allen n -Geraden im Verdichter dargestellt sind. Die oberen Kurven geben den maximalen Volumenstrom $\dot{V}_{\max}(M^*_{\max})$ für die gesetzten Grenzmachzahlen von 1,3 im Absolutsystem und 1 im Relativsystem. Die punktierte Kontur $KI(M^*_{\max})$ (Bild 8 links) zeigt annähernd, wie weit die Kontur verengt werden kann bis eine der Grenzmachzahlen erreicht wird. Bei Volumenströmen kleiner als der minimal notwendige

Volumenstrom \dot{V}_{\min} treten Instabilitäten auf, da das Kräftegleichgewicht nicht mehr erfüllt werden kann. Eine Absenkung des minimal notwendigen Volumenstroms ist meist möglich durch das Verringern der Krümmung der Innenkontur, Erhöhung der Krümmung der Außenkontur und ein größeres Nabenverhältnis.

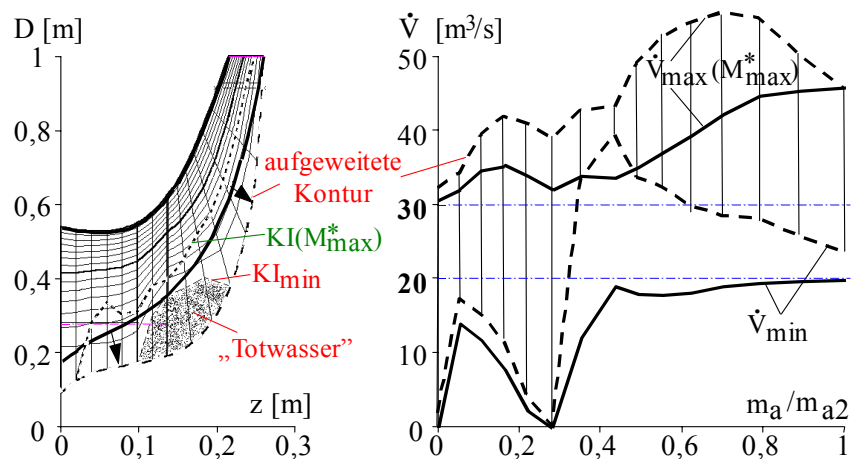


Bild 8: Strömungsstabilität und Volumenstrom

Strömungsstabilität

Bild 8 zeigt auch den Effekt von ausgedehnten Instabilitäten. Zur Demonstration wurde die Innenkontur des Entwurfsbeispiels aufgeweitet, d.h. das Nabenverhältnis wesentlich verringert (gestrichelt in Bild 8). Dadurch entsteht ein Bereich in Nabennähe, wo aus dem Kräftegleichgewicht nach Gleichung 4 und 5 keine Durchflußkomponente mehr ermittelt werden kann. Dieser Bereich wird als „Totwasser“ angesehen, mit wahrscheinlicher Strömungsablösung von der Nabe. Der Bereich wird eingeschlossen von der Innenkontur und von KI_{\min} - der Innenkontur mit den zur Erfüllung des Kräftegleichgewichts minimal notwendigen Innendurchmessern.

Der physikalische Hintergrund der Instabilitäten wird in Müller (1999) näher untersucht. Sie resultieren aus der größeren Ruheenthalpie auf den äußeren Schnitten und den damit einhergehenden höheren Ruhedrücken dort. Um diesen Gradienten vom Außen- zum Innenschnitt zu kompensieren ist ein großer Gradient der Meridiangeschwindigkeit nötig, denn die Meridiangeschwindigkeit bestimmt wesentlich die örtliche Druckverteilung mit. Große Umfangskomponenten c_u bei großem Drallverhältnis μ helfen ebenfalls. Ist jedoch die Meridiangeschwindigkeit am Außenschnitt c_{ma} nicht hoch genug, so erreicht $c_m(n)$ bereits oberhalb des Konturinnendurchmessers den Wert Null. Auch mit negativen Werten für $c_m(n)$ (Rückströmung) kann dann das Kräftegleichgewicht nicht erfüllt werden, da negative Werte den örtlichen Druck in gleicher Weise absenken wie positive Werte. Müller (1999) benutzt zur Untersuchung ein Modell. Bei Annahme einer axialen Rohrströmung mit Festkörperdrallverteilung $c_u(r)/r = \omega \cdot \mu$ und äquivalenter Ruheenthalpieverteilung $h_R(r) = h_{R1} + c_u(r) \cdot \omega r$ wird eine geschlossene Lösung für die Meridiangeschwindigkeitsverteilung $c_m/c_{ma}(r/r_a)$ gefunden.

$$\frac{c_m}{c_{ma}} \left(\frac{r}{r_a} \right) = \sqrt{1 - \frac{2 \cdot \mu \cdot (\mu - 1) \cdot \left(\left(\frac{r}{r_a} \right)^2 - 1 \right)}{\frac{c_{ma}}{u_a}}} \quad (10)$$

Für Radienverhältnisse $r/r_a < (r_i/r_a)_{\min}$ bei $\mu < 1$ und $c_{ma}/u_a < 0,707$ gibt Gleichung 10 keine reelle Lösung. Die Meridiangeschwindigkeit erreicht den Wert Null bei $(r_i/r_a)_{\min}$. Die minimal notwendigen Verhältnisse $(r_i/r_a)_{\min}$ – interpretiert als Nebenverhältnisse – werden in Müller (1999) dargestellt. Sie erreichen ihr Maximum beim Drallverhältnis $\mu = 0,5$. Dies wird meist etwa auf der Hälfte des Strömungswegs durch den Vorläufer erreicht. Krümmung und Anstieg der Stromlinien im Verdichter verschieben den kritischen Bereich jedoch in Richtung Hauptläufereintritt, wie in Bild 8.

Entwurfsregeln

In Müller (1999) werden anhand von Mittelschnittbetrachtungen Entwurfsregeln für eine maximale Arbeitsübertragung in einem System Vorläufer-Hauptläufer abgeleitet. Dazu werden die Parameter in der Eulergleichung so substituiert, daß nur noch die gewählten Entwurfsparameter enthalten bleiben.

$$\tilde{\epsilon}_{\text{ges}} = \mu_2 \cdot u_2^2 + \mu_1 \cdot D_1^2 \cdot \left(\pi \cdot n' \cdot \frac{u_2}{D_2} - \left(\frac{u_2}{D_2} \right)^2 \right) \quad (11)$$

Die Auswertung von Gleichung 11 zeigt, daß für eine maximale Arbeitsübertragung in einem solchen System am Hauptläufer die Umfangsgeschwindigkeit u_2 und der Eintrittsdurchmesser D_1 und am Vorläufer die Drehzahl n' maximal gewählt werden müssen. Gleiches gilt für den Minderleistungsfaktor μ_2 und den Vordrallfaktor μ_1 am Hauptläufer. Für diese Parameter ist der Spielraum jedoch meist wesentlich enger. Weiterhin sollte die Vorläuferdrehzahl doppelt so groß wie die Hauptläuferdrehzahl n gewählt werden, bei $\mu_1 = 1$.

Ansonsten gilt: $n'/n=1+\mu_1$. In Müller (1999) wird auch eine Näherungsbeziehung für den optimalen Außendurchmesser am Vorläufereintritt gegeben, bei dem der höchste Ansaugruhevolumenstrom erreicht wird ohne die Grenzmachzahl $M_{w \max}^*$ zu überschreiten.

$$D_{1a, \text{opt}} = \frac{D_{li}'^2}{3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{M_{w \max}^{*2} \cdot \frac{2\kappa}{\kappa+1} \cdot G \cdot T_{Rcl}'}{\left(\pi \cdot n'\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{\kappa-1}{\kappa+1} \cdot M_{w \max}^{*2}\right)} \quad (12)$$

In der gleichen Arbeit zeigt Müller, daß mit einem separat angetriebenen Vorläufer anstelle eines Vorsatzläufers (Inducer) die Arbeitsübertragung um 15...40% gesteigert werden kann und bei Verwendung eines solchen anstelle eines Vorleitrades um 40...120%, abhängig von D_1/D_2 , wobei die kleineren Werte für $D_1/D_2=0,4$ gelten und die größeren für $D_1/D_2=0,6$.

Literatur

P. Albring, N. Müller (1995):

Turboverdichter für Wasser als Kältemittel. In W. Faragallah, D. Surek: Beiträge zu Fluidenergiemaschinen, Band 2, pp. 16-22, Verlag und Bildarchiv W. Faragallah, Sulzbach.

P. Albring et al. (1998):

Grundlagenuntersuchungen energierationeller Kreisprozesse mit Wasser als Kältemittel und Erprobung einer Versuchs-Großanlage. Abschlußbericht zum BMBF-Forschungsvorhaben 0326921A.

P. Albring et al. (1994):

Turbo-compressor impeller for coolant. United States Patent No. 5,464,325.

A. Busemann (1928):

Das Förderhöhenverhältnis radialer Kreiselpumpen mit logarithmisch-spiraligen Schaufeln. ZAMM 8, pp. 372-374.

P. Dallenbach (1961):

The aerodynamic design and performance of centrifugal and mixed-flow compressors. SAE-Paper Nr. 268 A.

N. Müller (1999):

Entwurf von Laufrädern mit Radialfaserschaukeln für Diagonalverdichter mit getrennt angetriebenen Vorläufer und Hauptläufer. Dissertation, Technische Universität Dresden.

W. Röppischer und M. Neumerkel (1995):

Einige Ergebnisse und Erfahrungen mit dem TULA-Programmsystem zur Auslegung von Radialverdichterlaufrädern mit diagonalem Meridianschnitt. In W. Faragallah, D. Surek: Beiträge zu Fluidenergiemaschinen, Band 2, pp. 173-181, Verlag und Bildarchiv W. Faragallah, Sulzbach.

W. Traupel (1988):

Thermische Turbomaschinen. Band 1, Springer, Berlin.

F. W. Schmitz, F. W. (1960):

Aerodynamik des Flugmodells. Verlag Lange, Duisburg.

J. D. Stanitz, V. D. Prian (1951).

A rapid approximate method for determining velocity distributions on impeller blades of centrifugal compressors. NACA - TN 2421.